

- *On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*
- *Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.*
- *Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.*

L'énergie électrique : centrale REP

La prise électrique que nous connaissons tous, est l'aboutissement de tout un réseau de production et de transport de l'énergie électrique. Les centrales nucléaires ont pour rôle de transformer l'énergie libérée par une réaction nucléaire en énergie électrique.

Dans ce problème, nous aborderons plusieurs aspects des problèmes liés à la production de l'énergie électrique dans une centrale électronucléaire de type REP (réacteur à eau pressurisée), à son transport et à sa gestion.

Les différentes parties de ce problème sont largement indépendantes.

1. Préliminaire : cycle thermodynamique de Carnot

Une masse donnée d'un fluide décrit un cycle moteur de Carnot. Il s'agit d'un cycle ditherme réversible composé de la succession des phases suivantes :

- une compression isotherme $A_1 \rightarrow A_2$ à la température de la source froide T_F ;
- une compression adiabatique $A_2 \rightarrow A_3$;
- une détente isotherme $A_3 \rightarrow A_4$ à la température de la source chaude T_C ;
- une détente adiabatique $A_4 \rightarrow A_1$.

On note W le travail reçu par le fluide, Q_C la chaleur reçue par le fluide de la part de la source chaude et Q_F la chaleur reçue par le fluide de la part de la source froide. Ces grandeurs sont comptées algébriquement.

- 1.1.** Donner le signe des trois grandeurs énergétiques W , Q_C et Q_F .
- 1.2.** Dessiner le schéma fonctionnel du système étudié. Préciser les sens réels et ceux conventionnels des échanges énergétiques.
- 1.3.** Représenter le cycle parcouru par la machine de Carnot dans le diagramme de Clapeyron puis dans le diagramme (T, S) en précisant le sens.
- 1.4.** Écrire le premier principe et le second principe de la thermodynamique pour le fluide au cours d'un cycle.

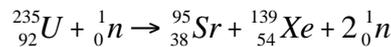
- 1.5.** Établir l'expression du rendement thermodynamique η_C du cycle de Carnot en fonction uniquement de T_F et T_C .
- 1.6.** On suppose que le cycle n'est pas réversible et on désigne par S_p l'entropie produite lors du cycle. Montrer que le rendement thermodynamique du cycle de Carnot irréversible est donné par : $\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C} - \frac{T_F S_p}{Q_C}$.
- 1.7.** Comparer η_C et η . Le cycle de Carnot est de tous les cycles thermodynamiques fonctionnant entre deux sources données ; celui qui a le rendement le plus élevé. Justifier pourquoi.

2. Uranium : combustible du REP

L'uranium naturel, mélange d'isotopes constitué à 99,3 % d'uranium ^{238}U , est le combustible des centrales nucléaires. Il est présent naturellement dans l'écorce terrestre. Les principales mines se trouvent en Australie, au Canada et en Russie. Le yellow - cake, obtenu après purification et transformation du minerai, contient deux isotopes de l'uranium : ^{238}U et ^{235}U . L'uranium ^{235}U est le seul qui soit susceptible de subir la fission.

2.1. Énergie libérée par la fission de l'uranium ^{235}U

De nombreuses fissions de l'uranium ^{235}U sont susceptibles de se produire dans le cœur de la centrale nucléaire ; une des réactions possibles conduit à du strontium ^{95}Sr et du xénon ^{139}Xe comme l'indique l'équation ci - dessous :



- 2.1.1.** Calculer la variation de masse Δm qui accompagne la fission d'un noyau d'uranium ^{235}U . En déduire, en *MeV*, l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium ^{235}U .
- 2.1.2.** Calculer, en joule, l'énergie Q libérée par la fission d'une masse $m = 1,0\text{g}$ d'uranium ^{235}U . Commenter.

On donne :

Particule	1_0n	${}^{95}_{38}\text{Sr}$	${}^{139}_{54}\text{Xe}$	${}^{235}_{92}\text{U}$
Masse (<i>u</i>)	1,009	94,945	138,955	235,120

- $1u = 931,5\text{MeV}/c^2 = 1,661.10^{-27}\text{kg}$, *c* étant la vitesse de la lumière dans le vide.
- $1\text{eV} = 1,6.10^{-19}\text{J}$.

2.2. Enrichissement de l'uranium

L'uranium ^{235}U , le seul qui soit susceptible de subir la fission, ne correspond qu'à 0,72% de l'uranium contenu dans le yellow-cake. Pour alimenter des réacteurs nucléaires, il faut disposer d'un combustible dont la proportion d'uranium ^{235}U fissile se situe entre 3% et 5%. Deux principaux procédés d'enrichissement ont été développés à l'échelle industrielle : la diffusion gazeuse et l'ultracentrifugation. L'ultracentrifugation a pour but d'utiliser la force centrifuge pour séparer, compte tenu de leur masse différente, les isotopes ^{238}U et ^{235}U de l'uranium. On transforme alors l'uranium naturel en hexafluorure d'uranium (UF_6) sous forme gazeuse que l'on introduit à l'intérieur d'un bol : la centrifugeuse.

2.2.1. Principe de l'ultra-centrifugation

Le bol utilisé pour l'ultra-centrifugation a la forme d'un cylindre de rayon a et hauteur h . Il est animé, par rapport au référentiel (R) lié au laboratoire et considéré comme galiléen, d'un mouvement de rotation uniforme autour de son axe (Oz) à la vitesse angulaire ω (figure 1). Il contient N molécules de masse molaire M_0 d'un gaz supposé parfait de masse volumique μ . On admet que le gaz atteint un état d'équilibre dans le référentiel (R') non galiléen lié au cylindre à la température T supposée constante. On ne tient pas compte de la pesanteur.

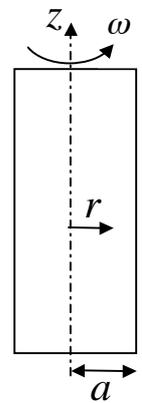


figure 1

D'autre part, en régime permanent, et du fait des chocs moléculaires, on admettra qu'une molécule de masse m située au point M de coordonnées cylindriques (r, θ, z) à une distance r de l'axe de rotation,

possède une accélération normale d'entraînement égale à $\vec{a}_e = -r\omega^2 \vec{e}_r$. On note $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ la base des coordonnées cylindriques. On rappelle l'expression de l'accélération $\vec{a}(M/R)$ d'un point matériel M dans un référentiel (R) en fonction de son accélération $\vec{a}(M/R')$ dans un référentiel mobile (R') d'origine O' :

$$\vec{a}(M/R) = \vec{a}(M/R') + \vec{a}(O'/R) + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{O'M} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{O'M}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M/R').$$

$\vec{\omega}$ est la vitesse de rotation de (R') par rapport à (R) et $\vec{v}(M/R')$ la vitesse de M dans (R').

2.2.1.1. Justifier l'expression de l'accélération $\vec{a}_e = -r\omega^2 \vec{e}_r$. Exprimer la force centrifuge \vec{F}_e à laquelle est soumise une molécule située à la distance r de l'axe de rotation. En déduire la force par unité de volume $\vec{f}_{e,v}$ appliquée au fluide.

2.2.1.2. Montrer que l'énergie potentielle dans le référentiel (R') d'une molécule (i) est $E_{pi}(r) = -\frac{1}{2}m\omega^2 r^2$. On suppose que l'énergie potentielle est nulle sur l'axe de rotation.

2.2.1.3. Déterminer l'expression de la pression $P(r)$ du gaz en fonction de r et de la pression $P(0)$ sur l'axe du cylindre. On rappelle que lorsqu'un fluide est soumis

à des forces de densité volumique \vec{f}_v , la condition d'équilibre s'écrit : $\vec{f}_v(M) - \overrightarrow{\text{grad}}(P(M)) = \vec{0}$ où $P(M)$ est la pression au point M du fluide.

2.2.1.4. En déduire que le nombre de molécule $N^*(r)$ par unité de volume dans le cylindre à la distance r de l'axe (Oz) est donné par :

$$N^*(r) = N^*(0) \exp\left(\frac{M_0 \omega^2 r^2}{2RT}\right)$$

où R est la constante des gaz parfaits. Donner l'expression de $N^*(0)$.

2.2.1.5. Vérifier que $N^*(r)$ se met sous la forme $N^*(r) = N^*(0) \exp\left(-\frac{E_p(r)}{k_B T}\right)$, k_B étant la constante de Boltzmann. Donner l'expression de $E_p(r)$ en fonction des données.

Comment appelle-t-on le terme $\exp\left(-\frac{E_p(r)}{k_B T}\right)$? Quelle est sa signification physique ?

2.2.2. Séparation isotopique

Le dispositif précédent est à la base de la méthode d'enrichissement de l'uranium par ultracentrifugation. L'hexafluorure d'uranium UF_6 , mélange gazeux des deux isotopes $^{235}UF_6$ et $^{238}UF_6$ de masses molaires respectives M_{235} et M_{238} , est introduit dans des cylindres de rayon a qui tournent à la vitesse angulaire ω constante. La température est T .

On donne : $a = 10\text{cm}$, $M_{235} = 349\text{g.mol}^{-1}$, $M_{238} = 352\text{g.mol}^{-1}$, $R = 8,314\text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ et $\omega = 25000\text{tr.min}^{-1}$.

2.2.2.1. Calculer numériquement $\frac{N^*(a)}{N^*(0)}$ dans le cas d'une molécule $^{238}UF_6$, puis

dans le cas d'une molécule $^{235}UF_6$ à $T' = 300\text{K}$ puis à $T'' = 400\text{K}$.

2.2.2.2. Donner l'expression du facteur de séparation défini par le rapport $q = \frac{N_{238}^*(a) N_{235}^*(0)}{N_{238}^*(0) N_{235}^*(a)}$. Vérifier que q dépend de la différence des masses molaires des deux gaz.

2.2.2.3. Calculer numériquement q à $T' = 300\text{K}$ puis à $T'' = 400\text{K}$. Commenter les résultats.

2.2.2.4. Le combustible contient 3,5% de l'isotope ^{235}U . On note x_{235} la fraction molaire de molécules d'hexafluorure contenant ^{235}U . Calculer $\frac{x_{235}(0)}{x_{235}(a)}$. Commenter, sachant qu'une installation comporte 100 à 1000 cylindres.

3. Étude du cycle de l'eau d'un réacteur à eau pressurisée

On étudie dans cette partie le fonctionnement simplifié des deux circuits primaire et secondaire d'une centrale REP. Dans toute cette partie, le travail des forces de pesanteur ainsi que la variation d'énergie cinétique subie par l'unité de masse du fluide sont supposés négligeables devant les autres quantités d'énergie échangées. D'autre part, on néglige tout frottement.

On rappelle que pour un fluide en écoulement permanent, le premier principe de la thermodynamique, relatif à l'unité de masse s'écrit : $\Delta h = w_u + q$ où w_u et q représentent respectivement le travail massique utile et la chaleur massique échangés avec l'extérieur.

3.1. Étude du circuit primaire

Dans le circuit primaire, de l'eau sous pression circule en parcours fermé (figure 2). Cette eau s'échauffe lors de son passage dans le cœur du réacteur grâce à l'énergie produite par les éléments combustibles. Cette énergie calorifique, transportée par l'eau sous pression, est utilisée, via l'échangeur (générateur de vapeur), par le circuit secondaire (étudié dans la partie 3.2) pour produire de l'énergie électrique.

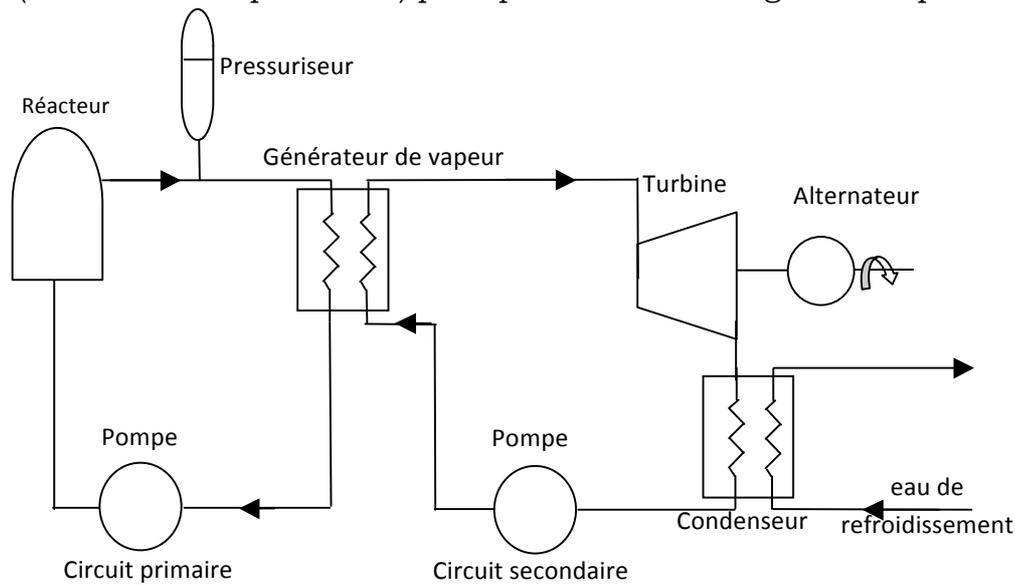


figure 2

L'eau entre dans la cuve du réacteur à la température $T_1 = 284 \text{ }^\circ\text{C}$ et sous la pression $P_1 = 155 \text{ bar}$ et en sort à la température $T_2 = 321 \text{ }^\circ\text{C}$ sous la même pression qu'à l'entrée. Dans le pressuriseur, la pression est également $P_1 = 155 \text{ bar}$.

3.1.1. Le diagramme de la figure 3 représente la pression de vapeur saturante de l'eau en fonction de la température de l'eau.

3.1.1.1. Reproduire le diagramme et indiquer, en justifiant, le domaine de l'eau liquide et celui de l'eau vapeur.

3.1.1.2. À quel(s) état(s) physique(s) se trouve l'eau à l'entrée et à la sortie de la cuve du réacteur ? Justifier votre réponse.

3.1.1.3. Déterminer la température qui règne dans le pressuriseur sachant que ce dernier contient un mélange d'eau liquide et d'eau vapeur.

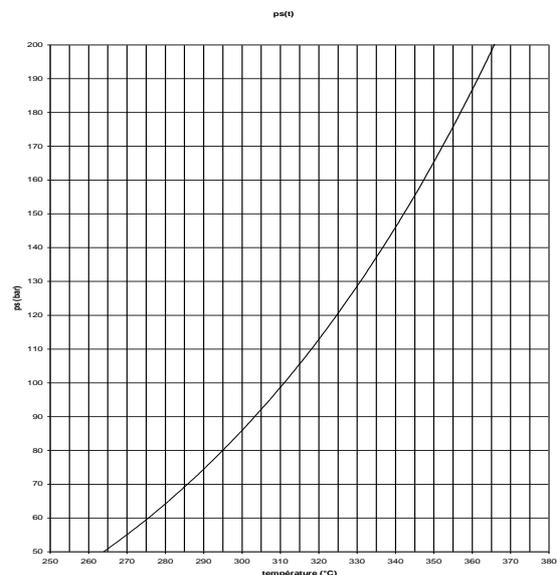


figure 3

3.1.2. Calculer la variation d'enthalpie massique Δh de l'eau entre l'entrée et la sortie de la cuve du réacteur. On donne la capacité thermique massique de l'eau $c = 5,8 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ dans les conditions où l'eau circule dans la cuve.

3.1.3. Dans le réacteur, la fission nucléaire des atomes d'uranium produit une grande quantité de chaleur. La puissance thermique fournie est $P = 2,8 \text{ GW}$. Calculer la valeur du débit massique D_m d'eau nécessaire dans le réacteur pour évacuer cette puissance.

3.2. Étude du circuit secondaire

Le circuit primaire communique avec un deuxième circuit fermé, appelé circuit secondaire, par l'intermédiaire du générateur de vapeur (figure 2). Dans ce générateur de vapeur, l'eau chaude du circuit primaire chauffe l'eau du circuit secondaire. Dans le circuit secondaire, la vapeur produite par le générateur de vapeur fait tourner une turbine qui entraîne à son tour un alternateur.

Dans le circuit secondaire, le fluide (eau) décrit un cycle moteur que l'on modélise par la succession des phases suivantes :

- $A \rightarrow B$: L'eau sous forme de liquide saturant (état 1) subit dans la pompe une compression quasistatique sans échange thermique et durant laquelle sa température reste pratiquement constante égale à $T_A = 30 \text{ }^\circ\text{C}$. Cette compression élève la pression de l'eau de $P_A = 0,04 \text{ bar}$ à $P_B = 85,9 \text{ bar}$.
- $B \rightarrow C \rightarrow D$: L'échangeur permet les transferts thermiques entre le circuit primaire et le circuit secondaire du réacteur. L'eau sous forme liquide est chauffée de façon isobare de la température T_A à la température $T_B = 300 \text{ }^\circ\text{C}$ sous la pression P_B ($B \rightarrow C$) puis vaporisée entièrement de façon à l'amener à l'état de vapeur juste saturante ($C \rightarrow D$).
- $D \rightarrow E$: La vapeur d'eau saturante-sèche à la pression P_B est introduite dans la turbine calorifugée où elle se détend de façon quasi-statique jusqu'à la pression P_A et la température T_A . Dans l'état E , l'eau se trouve sous deux phases liquide – vapeur en équilibre. On note x_E la fraction de l'eau vapeur à la fin de cette détente.
- $E \rightarrow A$: L'eau est évacuée dans un condenseur où la condensation s'achève sous la pression P_A et à la température T_A .

On négligera le travail consommé par la pompe devant les autres termes énergétiques de l'installation. On admet que $h_A = h_B$.

3.2.1. Représenter l'allure du cycle $ABCDEA$ dans le diagramme de Clapeyron (P, v) en faisant apparaître la courbe de saturation de l'eau. On positionnera les points A , B , C , D et E en justifiant sans faire de calcul leur position et on indiquera le sens de parcours du cycle.

3.2.2. La variation élémentaire de l'entropie massique d'un corps pur à l'état liquide, en fonction de la pression P et de la température T est donnée par :

$ds = c_l \frac{dT}{T} - \alpha v_l dP$, où c_l et α désignent respectivement la capacité thermique massique du corps pur à l'état liquide et le coefficient de dilatation isobare du corps. Les deux grandeurs c_l et α sont supposées indépendantes de la température et de la pression. Le volume massique v_l est supposé indépendant de la pression. On veut vérifier si la température reste pratiquement constante égale à T_A au cours de la transformation $A \rightarrow B$. Calculer la variation $\Delta T = T_B' - T_A$ de la température de l'eau liquide lors de la compression $A \rightarrow B$ amenant le fluide de l'état A ($T_A = 30 \text{ }^\circ\text{C}$, $P_A = 0,04 \text{ bar}$) à l'état B (T_B' , $P_B = 85,9 \text{ bar}$). Que peut-on en déduire ?

On donne : $v_l = 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$, $c_l = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $\alpha = 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

Propriétés de l'eau (région saturée) :

Température °C	Pression bar	Volume massique ($\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$)		Enthalpie massique ($\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$)		Entropie massique ($\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$)	
		liquide	vapeur	liquide	vapeur	liquide	vapeur
30	0,04	$1,00 \cdot 10^{-3}$	32,93	126	2566	0,44	8,46
300	85,9	$1,40 \cdot 10^{-3}$	0,02164	1345	2749	3,25	5,57

- 3.2.3.** Quelle est la valeur de l'entropie massique du fluide au point E ?
- 3.2.4.** En utilisant le théorème des moments sur le palier d'équilibre liquide-vapeur à la température T_A , calculer la valeur numérique du titre $x_E(T_A)$ de la vapeur d'eau à la sortie de la turbine.
- 3.2.5.** Montrer que l'enthalpie massique h d'un mélange diphasique liquide-vapeur de titre massique en vapeur x_v est donnée par la relation : $h = x_v h_v + (1 - x_v) h_l$, où h_v et h_l sont les enthalpies massiques respectivement à l'état de vapeur saturante et à l'état de liquide saturant. Calculer numériquement l'enthalpie massique h_E à l'état E à la sortie de la turbine.
- 3.2.6.** Exprimer le travail massique $w_{Tu} = w_{DE}$ reçu par l'eau dans la turbine. Calculer sa valeur numérique.
- 3.2.7.** Exprimer la chaleur massique q_{BD} reçue par l'eau du circuit secondaire au cours d'un cycle à travers l'échangeur du circuit primaire. Calculer sa valeur numérique.
- 3.2.8.** On définit le rendement thermodynamique η_t du cycle par $\eta_t = \frac{-w_{Tu}}{q_{BD}}$.
Calculer la valeur numérique de η_t .
- 3.2.9.** On assimile la centrale électronucléaire à eau pressurisée à un moteur thermique où le fluide caloporteur est l'eau décrivant un cycle entre deux sources;

la source chaude qui est le cœur du réacteur, de température constante T_B et la source froide qui est un réfrigérant, de température constante T_A . Calculer numériquement le rendement maximal η_{\max} qu'on aurait pu avoir avec les mêmes sources de chaleur. Quelle conclusion peut-on en tirer ?

3.2.10. La puissance électrique nette produite par la centrale est $P_e = 600 \text{ MW}$. En déduire le rendement η_e de la conversion de l'énergie thermique en énergie électrique de la centrale électronucléaire à eau pressurisée.

4. Conversion d'énergie mécanique en énergie électrique

La vapeur produite sortant de l'échangeur du secondaire entraîne la turbine. Cette dernière entraîne la rotation de l'alternateur. Ce dernier assure la conversion de l'énergie mécanique de la turbine en énergie électrique et produit un courant électrique alternatif. On étudie dans cette partie le principe de l'alternateur. On représente le rotor (partie mobile) de l'alternateur comme une bobine plate (B) de N spires rectangulaires de centre O, de surface S chacune et d'axe orienté par la normale \vec{n} (figure 4). La bobine

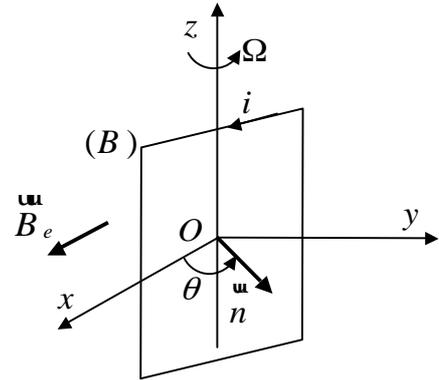


figure 4

tourne autour de son axe de symétrie (Oz) passant par les deux milieux de côtés opposés avec une vitesse angulaire constante Ω dans une région de l'espace où règne un champ magnétique extérieur $\vec{B}_e = B_0 \vec{e}_x$ homogène, uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe de rotation. On néglige le champ magnétique propre créé par les courants induits dans la bobine (B) de résistance R devant le champ extérieur \vec{B}_e . On prendra à la date $t = 0$, \vec{B}_e et la normale à la bobine parallèles et de même sens.

- 4.1.** Exprimer le flux magnétique Φ embrassé par les spires de la bobine (B).
- 4.2.** En déduire l'expression de la force électromotrice e induite par le mouvement de la bobine et donner sa valeur maximale e_M .
- 4.3.** Établir l'expression du courant i induit dans la bobine et donner sa valeur maximale I_M .
- 4.4.** Établir l'expression du couple électromagnétique $\vec{\Gamma}_L$ des forces de Laplace exercées sur la bobine. Calculer sa valeur moyenne dans le temps $\langle \vec{\Gamma}_L \rangle$.
- 4.5.** Établir l'expression de la puissance P_j dissipée par effet Joule dans la bobine. Calculer sa valeur moyenne $\langle P_j \rangle$.

4.6. Déterminer l'expression du couple $\vec{\Gamma}$ suivant l'axe (Oz) qu'il faut exercer pour maintenir la rotation de la bobine et calculer sa valeur maximale Γ_M .

5. Aspect environnemental : valorisation des déchets nucléaires

Un des problèmes majeurs du nucléaire est la gestion des résidus radioactifs inutilisables. Une des solutions étudiées consiste à incorporer ces déchets au béton. Cette partie propose d'étudier le contrôle de la production de la chaleur posé par cette méthode.

Une paroi d'épaisseur e_b , comprise entre deux plans parallèles, perpendiculaire à l'axe (Ox), est constitué d'un mélange homogène de béton et de résidus radioactifs de conductivité thermique λ_b , de masse volumique μ_b et de chaleur massique à volume constant c_{vb} . Les réactions nucléaires qui se produisent dans ce matériau y dégagent une puissance thermique volumique p_{nuc} uniformément répartie dans le matériau. On cherche à déterminer la distribution de la température dans la paroi en fonction de sa géométrie. On considère la paroi suffisamment longue suivant les axes Oy et Oz pour que la température $T = T(x, t)$ dans le matériau ne dépende que de l'abscisse x et du temps t . Cette température vérifie la loi de Fourier de la diffusion thermique : $\vec{j}_{th} = -\lambda_b \overrightarrow{grad}(T)$.

5.1. Préciser la signification physique de \vec{j}_{th} et donner son unité ainsi que celle de λ_b dans le système international.

5.2. Montrer, à l'aide du bilan de l'énergie interne U dans un volume cylindrique de section droite, d'aire S , compris entre les plans d'abscisses x et $x + dx$, que l'équation différentielle de la diffusion thermique est :

$$\mu_b c_{vb} \frac{\partial T}{\partial t} + p_{nuc} = \lambda_b \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

On suppose dans la suite que le régime est permanent.

5.3. Les deux faces de la paroi situées respectivement en $x = 0$ et $x = e_b$ sont maintenues à une température fixe T_0 par une circulation d'eau froide.

5.3.1. Déterminer l'expression de la température $T(x)$ dans la paroi et tracer la courbe correspondante. Quelle est la valeur de la température maximale T_{max} dans le système ? Faire l'application numérique avec les paramètres : $p_{nuc} = 3,0 kW.m^{-3}$, $e_b = 0,5m$, $\lambda_b = 1,2(S.I)$ et $T_0 = 15^\circ C$.

5.3.2. Établir l'expression du flux thermique surfacique $\varphi(x)$ dans le système. Tracer son allure. Vérifier que toute la puissance créée au sein de la paroi est évacuée par ses deux faces.